

下學
算書三種

三角法無所用其和較也往歲朱筠麓給諫以黃赤大距升度差爲題囑余求黃赤道思累日始於無可比例中尋得比例線立正弧三角和較凡六術著圖說以呈給諫給諫謬賞焉復曰由正弧而斜弧其和較當亦可求至平三角之和較愈無不可求曷足成之累年來役役塵網鮮從事於籌筭雖其術漸次粗定而未有成書癸卯夏王子琴逸究三角理數愛是術堅欲付梓余維勾股和較且有以無用置之者何況三角顧三角以八線爲用八線割圓法也至精妙而不可窮者莫如圓理用八線於三角而圓理呈用

八線於三角之和較而圖理愈呈是術雖無所可用
或亦極數究理者所不廢歟因勿之阻而弁其緣起
於簡端

道光癸卯長至後八日錢塘項名達識

平三角和較術

下學算書二

勾股形

有弦有勾股較求兩角

法以弦爲一率。勾股較爲二率。半直角四十五度正弦爲三率。求得四率爲半較角正弦。以半較角與半直角相加爲勾旁角。相減爲股旁角。

有弦有勾股和求兩角

法以弦爲一率。勾股和爲二率。半直角四十五度正弦爲三率。求得四率爲半較角餘弦。如前加減得兩角。

有兩角有勾股較求勾股弦

法以半較角正弦為一率。半直角正弦為二率。勾股較為三率。求得四率即弦。又以半徑為一率。半徑角餘切為二率。勾股較為三率。求得四率即勾股和。迺與勾股較相加折半為股。相減折半為勾。

有兩角有勾股和求勾股弦

法以半較角餘弦為一率。半直角正弦為二率。勾股和為三率。求得四率即弦。又以半徑為一率。半較角正切為二率。勾股和為三率。求得四率即勾股較。如前加減得勾股。

觀此四題。知勾股和較之比例。與半較角餘弦正弦等。而比其弦者。卽爲半直角正弦也。

有勾有股弦較求兩角

法以勾爲一率。股弦較爲二率。半徑爲三率。求得四率卽股旁半角正切。倍之爲股旁角。以減九十度爲勾旁角。

有勾有股弦和求兩角

法以勾爲一率。股弦和爲二率。半徑爲三率。求得四率卽股旁半角餘切。如前加減得兩角。

有兩角有股弦較求勾股弦

法以半徑爲一率。股旁半角餘切爲二率。股弦較爲

三率求得四率卽勾。又以股旁半角正切爲一率。餘切爲二率。股弦較爲三率。求得四率卽股弦和。迺與股弦較相加折半爲弦。相減折半爲股。

有兩角有股弦和求勾股弦

法以半徑爲一率。股旁半角正切爲二率。股弦和爲三率。求得四率卽勾。又以股旁半角餘切爲一率。正切爲二率。股弦和爲三率。求得四率卽股弦較。如前加減得股弦。

觀此四題。知股弦和較之比例。與股旁半角餘切正切等。而比其勾者。卽半徑也。

有股有勾弦較求兩角

法以股爲一率。勾弦較爲二率。半徑爲三率。求得四率。卽勾旁半角正切。倍之爲勾旁角。以減九十度爲股旁角。

有股有勾弦和求兩角

法以股爲一率。勾弦和爲二率。半徑爲三率。求得四率。卽勾旁半角餘切。如前加減得兩角。

有兩角有勾弦較求勾股弦

法以半徑爲一率。勾旁半角餘切爲二率。勾弦較爲三率。求得四率。卽股。又以勾旁半角正切爲一率。餘切爲二率。勾弦較爲三率。求得四率。卽勾弦和。迺與

勾弦較相加折半爲弦。相減折半爲勾。

有兩角有勾弦和求勾股弦

法以半徑爲一率。勾旁半角正切爲二率。勾弦和爲三率。求得四率卽股。又以勾旁半角餘切爲一率。正切爲二率。勾弦和爲三率。求得四率卽勾弦較。如前加減得勾弦。

觀此四題。知勾弦和較之比例。與勾旁半角餘切正切等。而比其股者卽半徑也。

有勾弦較有股弦較求兩角

法以勾弦較爲一率。股弦較倍之爲二率。半徑自乘爲三率。求得四率。開方得數。加半徑爲勾旁半角餘。

切。或以股弦較爲一率。勾弦較倍之爲二率。半徑自乘爲三率。求得四率。開方得數加半徑爲股旁半角餘切。各倍之爲兩角。

有勾弦和有股弦和求兩角

法以勾弦和爲一率。股弦和倍之爲二率。半徑自乘爲三率。求得四率。開方得數減半徑爲勾旁半角正切。或以股弦和爲一率。勾弦和倍之爲二率。半徑自乘爲三率。求得四率。開方得數減半徑爲股旁半角正切。各倍之爲兩角。

有勾弦和有股弦較求兩角

法以勾弦和爲一率。股弦較倍之爲二率。半徑自乘爲三率。求得四率。開方得數減半徑爲勾旁半角正切。或以股弦較爲一率。勾弦和倍之爲二率。半徑自乘爲三率。求得四率。開方得數減半徑爲股旁半角餘切。各倍之爲兩角。

有勾弦較有股弦和求兩角

法以勾弦較爲一率。股弦和倍之爲二率。半徑自乘爲三率。求得四率。開方得數減半徑爲勾旁半角餘切。或以股弦和爲一率。勾弦較倍之爲二率。半徑自乘爲三率。求得四率。開方得數減半徑爲股旁半角

正切。各倍之爲兩角。

有勾股較有弦和較求兩角

法以勾股較爲一率。弦和較倍之爲二率。半直角正弦爲三率。求得四率爲較。又以勾股較爲一率。弦和較倍之爲二率。半徑爲三率。求得四率自乘。轉加半徑自乘之倍。開方得數與較相加爲半較角餘割。既得半較角。迺與半直角相加減得兩角。

有勾股較有弦和求兩角

法以勾股較爲一率。弦和和倍之爲二率。半直角正弦爲三率。求得四率爲較。又以勾股較爲一率。弦和

和倍之爲二率。半徑爲三率。求得四率自乘。轉加半徑自乘之倍。開方得數與較相減爲半較角餘割。既得半較角。迺與半直角相加減得兩角。

有勾股和有弦較較求兩角

法以勾股和爲一率。弦較較倍之爲二率。半直角正弦爲三率。求得四率爲較。又以勾股和爲一率。弦較較倍之爲二率。半徑爲三率。求得四率自乘。轉加半徑自乘之倍。開方得數與較相減爲半較角正割。既得半較角。迺與半直角相加減得兩角。

有勾股和有弦較和求兩角

法以勾股和爲一率。弦較和倍之爲二率。半直角正弦爲三率。求得四率爲較。又以勾股和爲一率。弦較和倍之爲二率。半徑爲三率。求得四率自乘。轉加半徑自乘之倍。開方得數與較相減爲半較角正割。既得半較角。迺與半直角和加減得兩角。

有兩角有弦和較求勾股弦

法以半徑爲一率。勾旁半角餘切爲二率。弦和較爲三率。求得四率爲弦較較。迺與弦和較相加折半爲勾。相減折半爲股弦較。又以半徑爲一率。股旁半角餘切爲二率。弦和較爲三率。求得四率爲弦較和。迺

與弦和較相加折半爲股。相減折半爲勾。弦較併勾弦較。股弦較。以加弦和較爲弦。

有兩角有弦和和求勾股弦

法以半徑爲一率。勾旁半角正切爲二率。弦和和爲三率。求得四率爲弦較和。迺與弦和和相減折半爲勾。相加折半爲股弦和。又以半徑爲一率。股旁半角正切爲二率。弦和和爲三率。求得四率爲弦較較。迺與弦和和相減折半爲股。相加折半爲勾。弦和併勾弦和股弦和。以減弦和和爲弦。

有兩角有弦較較求勾股弦

法以半徑爲一率。勾旁半角正切爲二率。弦較較爲三率。求得四率爲弦和較。廼與弦較較相加折半爲勾。相減折半爲股。弦較。又以半徑爲一率。股旁半角餘切爲二率。弦較較爲三率。求得四率爲弦和和。廼與弦較較相減折半爲股。相加折半爲勾。弦和併勾。弦和股。弦較。以減弦較較爲弦。

有兩角有弦較和求勾股弦

法以半徑爲一率。勾旁半角餘切爲二率。弦較和爲三率。求得四率爲弦和和。廼與弦較和相減折半爲勾。相加折半爲股。弦和。又以半徑爲一率。股旁半角

正切爲二率。弦較和爲三率。求得四率爲弦和較。迺與弦較和相加折半爲股。相減折半爲勾。弦較併勾弦較股弦和。以減弦較和爲弦。

有勾弦較有弦較較求兩角

法以四因勾弦較爲一率。四因弦較較。加勾弦較爲二率。半徑自乘爲三率。求得四率。開方得數。加半徑之半。爲勾旁半角餘切。

有勾弦較有弦和和求兩角

法以四因勾弦較爲一率。四因弦和和。加勾弦較爲二率。半徑自乘爲三率。求得四率。開方得數。減半徑

之半。爲勾旁半角餘切。

有勾弦和有弦較和求兩角

法以四因勾弦和爲一率。四因弦較和。加勾弦和爲二率。半徑自乘爲三率。求得四率。開方得數減半徑之半。爲勾旁半角正切。

有勾弦和有弦和較求兩角

法以四因勾弦和爲一率。四因弦和較減勾弦和爲二率。半徑自乘爲三率。求得四率。開方得數加半徑之半。爲勾旁半角正切。

有股弦較有弦較和求兩角

法以四因股弦較爲一率。四因弦較和。加股弦較爲二率。半徑自乘爲三率。求得四率。開方得數。加半徑之半。爲股旁半角餘切。

有股弦較有弦和求兩角

法以四因股弦較爲一率。四因弦和。加股弦較爲二率。半徑自乘爲三率。求得四率。開方得數。減半徑之半。爲股旁半角餘切。

有股弦和有弦較求兩角

法以四因股弦和爲一率。四因弦較。加股弦和爲二率。半徑自乘爲三率。求得四率。開方得數。減半徑

之半爲股旁半角正切。

有股弦和有弦和較求兩角

法以四因股弦和爲一率。四因弦和較。減股弦和爲二率。半徑自乘爲三率。求得四率。開方得數減半徑之半爲股旁半角正切。

平三角和較術

三角形

有一角有對角邊有夾角兩邊較求餘兩角

法以對角邊爲一率。兩邊較爲二率。半角餘弦即半和角

之正爲三率。求得四率。即半較角正。弦。適以半較角

與半角餘度。即半和角相加減。得餘兩角。

若先求邊。則以半徑爲一率。半角餘切爲二率。兩邊

較爲三率。求得四率爲勾。半徑爲一率。半角餘割爲

二率。對邊爲三率。求得四率爲弦。用勾弦求股法。求

得股。即兩邊和。適與兩邊較相加減。各折半。得兩邊。

有一角有對角邊有夾角兩邊和求餘兩角

法以對角邊爲一率兩邊和爲二率半角正弦

卽半和角

之餘爲三率求得四率卽半較角餘弦。適以半較角

與半角餘度相加減得餘兩角。

若先求邊則以半徑爲一率半角正切爲二率兩邊

和爲三率求得四率爲股半徑爲一率半角正割爲

二率對邊爲三率求得四率爲弦。用股弦求勾法求

得勾卽兩邊較。適與兩邊和相加減各折半得兩邊。

有一角有角旁邊有對邊與餘邊較求旁一角

法以兩邊較與角旁邊相加爲一率相減爲二率半

角正切爲三率。求得四率。卽對餘邊之半角正切。此

須審兩邊較爲對邊大於餘邊之較。三四率用正切爲對邊小於餘邊之較。三四率應用餘切。

若先求邊。則以角餘弦乘兩邊較。半徑除之。與角旁邊相加爲一率。角餘弦乘角旁邊。半徑除之。與兩邊較相加爲二率。角旁邊爲三率。求得四率。卽兩邊和。迺與兩邊較相加減。各折半。得兩邊。兩邊較對邊大者。一二率各用加法。對邊小者。一二率各用減法。

有一角有角旁邊有對邊與餘邊和求旁一角法。以兩邊和與角旁邊相加爲一率。相減爲二率。半角餘切爲三率。求得四率。卽對餘邊之半角正切。

若先求邊。則以角餘弦乘兩邊和。半徑除之。與角旁
邊相減爲一率。角餘弦乘角旁邊。半徑除之。與兩邊
和相減爲二率。角旁邊爲三率。求得四率。卽兩邊較。
迺與兩邊和相加減。各折半。得兩邊。

有一角有對邊與餘兩邊之兩較求兩角

法以兩較邊相加爲一率。相減爲二率。此知角爲大角。或小角也。

若中角。則相減爲一率。相加爲二率。半角餘切爲三率。求得四率。爲借

角正切。又以半徑爲一率。半角正弦倍之爲二率。借
角正弦爲三率。求得四率。爲加減度。正弦減借角得
半較角。迺以半較角。與半角餘度相加減。得兩角。

有一角有對邊與餘兩邊之兩和求兩角

法以兩和邊相加爲一率。相減爲二率。半角餘切爲三率。求得四率。爲借角正切。又以半徑爲一率。半角正弦倍之爲二率。借角正弦爲三率。求得四率。爲加減度正弦。加借角得半較角。迺以半較角與半角餘度相加減。得兩角。

有一角有對邊與餘兩邊之一和一較求兩角

此題對邊所和之邊大。所較之邊小。

法以一和邊一較邊相加爲一率。相減爲二率。此知角爲

大角。或中角也。若小角。則半角正切爲三率。求得四相減爲一率。相加爲二率。

率爲借角正切。又以半徑爲一率。半角餘弦倍之爲二率。借角正弦爲三率。求得四率。爲加減度餘弦。減借角得半較角。迺以半較角與半角餘度相加減。得兩角。

有一角有對邊與餘兩邊之一較一和求兩角

此題對邊所較之邊大所和之邊小

法以一較邊一和邊相減爲一率。相加爲二率。此知角爲

中角或小角也。若大角則半角正切爲三率。求得四

相加爲一率相減爲二率率。爲借角正切。又以半徑爲一率。半角餘弦倍之爲

二率。借角正弦爲三率。求得四率。爲加減度餘弦。加

借角得半較角。適以半較角與半角餘度相加減得兩角。

有一角有夾角兩邊較有對邊與夾角兩邊和之較求兩角

法以對邊與兩邊和之較爲一率。兩邊較爲二率。半角餘切爲三率。求得四率爲借角正切。又以半徑爲一率。半角正弦爲二率。借角正弦爲三率。求得四率爲加減度正弦。減倍角得半較角。適以半較角與半角餘度相加減得兩角。

有一角有夾角兩邊較有對邊與夾角兩邊和

之和求兩角

法以對邊與兩邊之和爲一率。兩邊較爲二率。半角餘切爲三率。求得四率爲借角正切。又以半徑爲一率。半角正弦爲二率。借角正弦爲三率。求得四率爲加減度正弦。加借角得半較角。迺以半較角與半角餘度相加減。得兩角。

有一角有夾角兩邊和有對邊與夾角兩邊較之和求兩角

法以對邊與兩邊較之和爲一率。兩邊和爲二率。半角正切爲三率。求得四率爲借角正切。又以半徑爲

一率。半角餘弦爲二率。借角正弦爲三率。求得四率。爲加減度餘弦。減借角得半較角。迺以半較角與半角餘度相加減。得兩角。

有一角有夾角兩邊和有對邊與夾角兩邊較之較求兩角

法以對邊與兩邊較之較爲一率。兩邊和爲二率。半角正切爲三率。求得四率。爲借角正切。又以半徑爲一率。半角餘弦爲二率。借角正弦爲三率。求得四率。爲加減度餘弦。加借角得半較角。迺以半較角與半角餘度相加減。得兩角。

有一角有夾角兩邊和與對邊較有夾角兩邊

較與對邊較求旁一角

法以較之較爲一率。和之較爲二率。半角正切爲三

率求得四率。卽旁半角正切。

知大角得角爲中角。知中角得角爲大角。知小

角得角爲中角。

有一角有夾角兩邊和與對邊較有夾角兩邊

較與對邊和求旁一角

法以較之和爲一率。和之較爲二率。半角正切爲三

率求得四率。卽旁半角正切。

知大角得角爲小角。知中角得角爲小角。知小

角得角爲中角。

有一角有夾角兩邊較與對邊較有夾角兩邊

和與對邊和求旁一角

法以較之較爲一率。和之和爲二率。半角正切爲三

率。求得四率。卽旁半角正切。知大角得角爲小角。知中角得角爲小角。知小

角得角爲中角。

有一角有夾角兩邊較與對邊和有夾角兩邊

和與對邊和求旁一角

法以較之和爲一率。和之和爲二率。半角正切爲三

率。求得四率。卽旁半角餘切。知大角得角爲中角。知中角得角爲大角。知小

角得角爲大角。

附和較邊加減法

第五題至第八題。四術中。前次比例之一二率加減先後。因角而殊。不無糅雜。惟辨明加減所得爲何數。始知糅雜中自有定率。不至誤於所施。

大角之兩較。爲大中邊較。大小邊較。此兩數相減卽中小邊較。相加卽中小邊和。減二大邊。

中角之兩較。爲大中邊較。中小邊較。此兩數相加卽大小邊較。相減卽大小邊和。減二中邊。

小角之兩較。爲大小邊較。中小邊較。此兩數相減卽大中邊較。相加卽大中邊和。減二小邊。

大角之兩和。爲大中邊和。大小邊和。此兩數相減。卽中小邊較。相加卽中小邊和。加二大邊。

中角之兩和。爲大中邊和。中小邊和。此兩數相減。卽大小邊較。相加卽大小邊和。加二中邊。

小角之兩和。爲大小邊和。中小邊和。此兩數相減。卽大中邊較。相加卽大中邊和。加二小邊。

大角之一和一較。爲大中邊和。大小邊較。此兩數相減。卽中小邊和。相加卽中小邊較。加二大邊。

中角之一和一較。爲大中邊和。中小邊較。此兩數相減。卽大小邊和。相加卽大小邊較。加二中邊。

小角之一和一較。爲大小邊和。中小邊較。此兩數相
加。卽大中邊和。相減卽大中邊較。加二小邊。
大角之一較一和。爲大中邊較。大小邊和。此兩數相
減。卽中小邊和。相加卽中小邊較。減二大邊。
中角之一較一和。爲大中邊較。中小邊和。此兩數相
加。卽大小邊和。相減卽大小邊較。減二中邊。
小角之一較一和。爲大小邊較。中小邊和。此兩數相
加。卽大中邊和。相減卽大中邊較。減二小邊。
第九題以下。以和較邊。復與餘邊相和較。是爲和
較相疊數。約三邊計之。應有十二件。以邊之大小

小而分也。而覈其數。卻只四件。每一數可三其名。有異名。實無異數。今就數之大小。斟定之。

中邊小邊相和。而與大邊較。

大邊小邊相較。而與中邊較。

大邊中邊相較。而與小邊較。

此三件之數相等。是爲壘和較最小數。

中邊小邊相較。而與大邊較。

大邊小邊相和。而與中邊較。

大邊中邊相較。而與小邊和。

此三件之數相等。是爲壘和較次小數。

中邊小邊相較。而與大邊和。
大邊小邊相較。而與中邊和。
大邊中邊相和。而與小邊較。

此三件之數相等。是爲疊和較次大數。

中邊小邊相和。而與大邊和。
大邊小邊相和。而與中邊和。
大邊中邊相和。而與小邊和。

此三件之數相等。有和無較。是爲總和最大數。

附和較角加減法

角之和較。合三角計之。較角三。和角三。疊和較角

四。共十件。此十件除總和角。餘九件中。知兩件卽可加減得三角。再除三較角。餘六件中。知一件亦可加減得一角。故題中角不用和較。且只用一角。餘二件皆邊也。若止知一較角。不能加減得全角。配以和較邊。亦可命題。而必藉開方。未得簡易法。茲故不具。但明和較角加減如左。

有兩角和。法以兩角和與半周相減。得餘一角。

有最小疊和較角。法以最小疊和較角與半周相

減折半得大角。相加折半得中小角和。

有次小疊和較角。法以次小疊和較角與半周相

減折半得中角。相加折半得大小角和。

有次大疊和較角。法以次大疊和較角。與半周相減折半得小角。相加折半得大中角和。

以上知一件。加減可得一全角也。

有大中角較。有大小角較。法以兩較相加。轉加半

周。三除之。得大角。以大角與大中角較相減。得中角。

與大小角較相減。得小角。

有大中角較。有中小角較。法以兩較相減。轉加半

周。此大中角較。小於中小角較也。若大於中小角較。應以兩較相減。轉減半周。三除之。得

中角。以中角與大中角較相加。得大角。與中小角較

相減得小角。

有大小角較。有中小角較。

法以兩較相加。轉減半。

周三除之。得小角。以小角與大小角較相加。得大角。與中小角較相加。得中角。

有大中角和。有大小角和。

法以兩和相加。轉減半。

周得大角。以大角與大中角和相減。得中角。與大小角和相減。得小角。

有大中角和有中小角和。

法以兩和相加。轉減半。

周得中角。以中角與大中角和相減。得大角。與中小角和相減。得小角。

有大小角和。有中小角和。法以兩和相加。轉減半周得小角。以小角與大小角和相減。得大角。與中小角和相減。得中角。

有大中角和。有大小角較。法以一和一較相減。轉減半周。得大角。以大角與大中角和相減。得中角。與大小角較相減。得小角。

有大中角和。有中小角較。法以一和一較相減。轉減半周。得中角。以中角與大中角和相減。得大角。與中小角較相減。得小角。

有大小角和。有中小角較。法以一和一較相加。轉

減半周。得小角。以小角與大小角和相減。得大角。與中小角較相加。得中角。

有大中角較。有大小角和。法以一較一和相減。轉

減半周。得大角。以大角與大中角較相減。得中角。與大小角和相減。得小角。

有大中角較。有中小角和。法以一較一和相加。轉

減半周。得中角。以中角與大中角較相加。得大角。與中小角和相減。得小角。

有大小角較。有中小角和。法以一較一和相加。轉

減半周。得小角。以小角與大小角較相加。得大角。與

中小角和相減得中角。

有大中角較。或大小角較亦同法。有最小疊和較角。法以大

中角較。加最小疊和較角得小角。若加大小角轉減

半周得大中角和。在大小角較和較相加減各折半。

得大角中角。在大小角較者以前知一件術中。最小疊和

較角加減半周折半已得大角及中角。小角和。今又知

中小角較和較加減折半。即得中角。小角不煩另列。

有大中角和。或大小角和亦同法。有最小疊和較角。法以大

中角和減半周得小角。在大小角轉減最小疊和較

角得大中角較。在大小角和較相加減各折半得

大角中角。在大小角和較者以前知一件術中。最小疊和較角

加半周折半本可得中小角和。是此件固不待知。知兩件無異。知一件也。

有中小角較。或大角。有次小疊和較角。法以中

小角較。加次小疊和較角。在大中角較。在大中角較。得大角。在大中角較。得大角。

小轉減半周。得中小角和。在大中角較。在大中角較。和較相加減。

各折半得中角小角。在大中角較。在大中角較。得大角。中角。此題

衡中。次小疊和較角。加減半周。折半已得中角。及大

小角和。今又知大小角較。和較。加減折半。即得大角

煩另列。有中小角和。或大角。有次小疊和較角。法以中

小角和。減半周得大角。在大中角較。在大中角較。轉減次小疊和較

角。得中小角較。在大中角較。在大中角較。和較相加減。各折半。得

中角小角。在大中角和得大角中角。此題不用大小

加半周折半。木可得大小角和。是此件固不待知。知兩件無異。知一件也。

有大小角較。較亦同法。有次大疊和較角。法以大

小角較。減次大疊和較角。得中角。較。在中小角轉減半

周得大小角和。在中小角較和較相加減。各折半。得

大角小角。在中小角較。得中角小角。此題不用大中

加減半周。已得小角。及大角中角。今又知大中角較和較。加減折半。即得大角中角。不煩另列。

有大小角和。或中小角。有次大疊和較角。法以大

小角和。減半周得中角。在中小角轉減次大疊和較

角。得大小角較。在中小角較和較相加減。各折半。得

大角小角。在中角和。得中角小角。此題不用大中角。加半周折半。本可得大中角和。是此術中。次大疊和較角。件固不得知。知兩件無異。知一件也。

有最小疊和較角。有次小疊和較角。法以最小疊

和較角。減半周折半。得大角。以次小疊和較角。減半

周折半。得中角。以最小疊和較角。與次小疊和較角

相加。折半得小角。

有最小疊和較角。有次大疊和較角。法以最小疊

和較角。減半周折半。得大角。以次大疊和較角。減半

周折半。得小角。以最小疊和較角。與次大疊和較角

相加。折半得中角。

有次小疊和較角。有次大疊和較角。法以次小疊和較角減半周折半得中角。以次大疊和較角減半周折半得小角。以次小疊和較角與次大疊和較角相加折半得大角。

以上知兩件加減可得三角也。

弧三角和較術

下學算算書三

正弧三角

有一銳角有夾角兩邊較弧求夾角兩弧

法以半角正切爲一率半角餘切爲二率較弧正弦爲三率求得四率卽和弧正弦

一以求得弧爲和弧

一以求得弧減半周爲和弧

一以求得弧加半周爲和弧

一以求得弧減全周爲和弧

俱以和弧與較弧相減加折半爲夾角大弧

以半和弧與半較弧相減爲對角弧。相加爲對正角弧。

有一銳角有對角邊與對正角邊之和弧求兩弧

法以半餘角餘切爲一率。半餘角正切爲二率。半和弧正切爲三率。求得四率。卽半較弧正切。

以半較弧與半和弧相減爲對角弧。相加爲對正角弧。

有一鈍角有對角邊與對正角邊之較弧求兩弧

有一鈍角有夾角兩邊和弧求夾角兩弧

法以半角餘切爲一率。半角正切爲二率。和弧正弦爲三率。求得四率。卽較弧正弦。

一以求得弧爲較弧。

一以求得弧減半周爲較弧。

俱以較弧與和弧相加爲夾角大弧。

有一銳角有對角邊與對正角邊之較弧求兩

弧

法以半餘角正切爲一率。半餘角餘切爲二率。半較弧正切爲三率。求得四率。卽半和弧正切。

以半和弧與半較弧相減爲對角弧。相加爲對正角弧。

有一銳角有對角邊與對正角邊之和弧求兩弧

法以半餘角餘切爲一率。半餘角正切爲二率。半和弧正切爲三率求得四率。卽半較弧正切。

以半較弧與半和弧相減爲對角弧。相加爲對正角弧。

有一鈍角有對角邊與對正角邊之較弧求兩弧

法以半餘角正切爲一率。半餘角餘切爲二率。半較弧正切爲三率。求得四率。卽半和弧正切。

以求得弧減半周爲半和弧。與半較弧相加爲對角弧。相減爲對正角弧。

有一鈍角有對角邊與對正角邊之和弧求兩弧。

法以半餘角餘切爲一率。半餘角正切爲二率。半和弧正切爲三率。求得四率。卽半較弧正切。

以半較弧與半和弧相加爲對角弧。相減爲對正角弧。

有一不對正角弧

在象限內

有餘兩弧較求兩弧

法以半弧正切爲一率。半弧餘切爲二率。半較弧正切爲三率。求得四率。卽半和弧餘切。

一以求得弧爲半和弧。與半較弧相加爲對正角弧。相減爲不對正角弧。

一以求得弧減半周爲半和弧。與半較弧相減爲對正角弧。相加爲不對正角弧。

有一不對正角弧

在象限內

有餘兩弧和求兩弧

法以半弧餘切爲一率。半弧正切爲二率。半和弧餘切爲三率。求得四率。卽半較弧正切。

半和弧在象限內用本度餘切得半較弧與之相加爲對正角弧。相減爲不對正角弧。

半和弧在象限外用外度餘切得半較弧與之相減爲對正角弧。相加爲不對正角弧。

又不對正角弧在象限外者其和較比例及得度後加減術均與在象限內者等故不另列。

有對正角弧有餘兩角較求兩角

法以半弧餘切爲一率。半弧正切爲二率。較角餘弦爲三率。求得四率。卽和角餘弦。

一以求得度減半周爲和角。

一以求得度加半周爲和角。

和角與較角相加折半爲大角。相減折半爲小角。
有對正角弧有餘兩角和求兩角

法以半弧正切爲一率。半弧餘切爲二率。和角餘弦
爲三率。求得四率。卽較角餘弦。

較角與和角相加折半爲大角。相減折半爲小角。
又對正角弧過象限。與不過象限均同一術。不煩
分列。

有正角旁弧有餘兩角較求兩角

法視對角大。旁角小。則以半弧正切爲一率。半弧餘

切爲二率。較角半餘度餘切爲三率。以半較角減半象限爲半餘度。

下同。求得四率。卽和角半餘度餘切。以半餘度加半象限爲半和角。下同。

半和角與半較角相加爲對角。相減爲旁角。

又視對角小。旁角大。則以半弧正切爲一率。半弧餘切爲二率。較角半餘度正切爲三率。求得四率。卽和

角半餘度餘切。

半和角與半較角相減。爲對角。相加爲旁角。

有正角。旁弧有餘。兩角和求兩角。

法視對角大。旁角小。以半弧餘切爲一率。半弧正切

爲二率。和角半餘度餘切爲三率。半和角內減半象限。爲半餘度。下同。

求得四率。卽較角半餘度餘切。

以半餘度減半象限。爲半較角。下同。

半較角與半和角相加。爲對角。相減爲旁角。

又視對角小。旁角大。以半弧餘切爲一率。半弧正切爲二率。和角半餘度餘切爲三率。求得四率。卽較角半餘度正切。

半較角與半和角相減。爲對角。相加爲旁角。

有兩角較。有對角。兩弧較。求兩弧。

法以半徑爲一率。半較角餘切爲二率。半較弧正弦爲三率。求得四率。卽半和弧正弦。

一以所得度爲半和弧。

一以所得度減半周爲半和弧。

半和弧與半較弧相加爲大弧。相減爲小弧。

有兩角較有對角兩弧和求兩弧。

法以半徑爲一率。半較角正切爲二率。半和弧正弦爲三率。求得四率。卽半較弧正弦。

一以所得度爲半較弧。

半較弧與半和弧相加爲大弧。相減爲小弧。

有兩角和有對角兩弧較求兩弧。

法以半徑爲一率。半和角餘切爲二率。和角若過半周減全周半之爲半。半較弧餘弦爲三率。求得四率。卽半和弧餘和角。

弦。

視和角在半周內。以所得度爲半和弧。和角在半周外。以所得度減半周。爲半和弧。半和弧與半較弧相加爲大弧。相減爲小弧。

有兩角和有對角兩弧。和求兩弧。

法以半徑爲一率。半和角正切爲二率。半和弧餘弦爲三率。求得四率。卽半較弧餘弦。

一以所得度爲半較弧。

半較弧與半和弧相加爲大弧。相減爲小弧。

附約法

以上諸術。用四率相當比例。其一二率所用二線。恒同在一度。若約之。可易爲三率連比例。既省檢一線。且推廣切割之用。因以見諸率之比例。因變動不居也。備列術於後。至得度加減。均與前同。茲不復贅。

有一角有夾角。兩弧較求和弧

法以較弧正弦爲首率。半角正切爲中率。求得末率。卽和弧餘割。

有一角有夾角。兩弧和求較弧

法以和弧正弦爲首率。半角餘切爲中率。求得末率。

卽較弧餘割。

有一角有對角弧及對正角弧較求和弧

法以半較弧正切爲首率。半餘角正切爲中率。求得末率。卽半和弧餘切。

有一角有對角弧及對正角弧和求較弧

法以半和弧正切爲首率。半餘角餘切爲中率。求得末率。卽半較弧餘切。

有不對正角弧有餘兩弧較求和弧

法以半較弧正切爲首率。半弧正切爲中率。求得末率。卽半和弧正切。

有不對正角弧有餘兩弧和求較弧

法以半和弧餘切爲首率。半弧餘切爲中率。求得末率。卽半較弧餘切。

有對正角弧有兩角較求和角

法以較角正割爲首率。半弧正切爲中率。求得末率。卽和角餘弦。

有對正角弧有兩角和求較角

法以和角正割爲首率。半弧餘切爲中率。求得末率。卽較角餘弦。

有不對正角弧有兩角較求和角

法以較角半餘度正切爲首率。半弧正切爲中率。求得末率。卽和角半餘度正切。

此比例對弧角小。弧旁角大。

法以較角半餘度餘切爲首率。半弧正切爲中率。求得末率。卽和角半餘度正切。

此比例對弧角大。弧旁角小。

有不對正角。弧有兩角。和求較角。

法以和角半餘度餘切爲首率。半弧餘切爲中率。求得末率。卽較角半餘度餘切。

此比例對弧角小。弧旁角大。

法以和角半餘度餘切爲首率。半弧餘切爲中率。求得末率。卽較角半餘度正切。此比例對弧角大。弧旁角小。

弧三角和較術

斜弧三角

有兩角有對角兩邊較弧求兩弧

法以兩角相減折半爲半較角。相加折半爲半和角。

迺以半較角正切爲一率。半和角正切爲二率。過象限。用

外度正切。半較弧正切爲三率。求得四率。卽半和弧正切。

視半和角過象限。求得度。減半周爲半和弧。半和

角不過象限。求得度。卽半和弧。迺以半和弧與半

較弧相加爲大弧。相減爲小弧。

有兩角有對角兩邊和弧求兩弧

法以兩角相加折半。爲半和角。相減折半。爲半較角。
適以半和角正切爲一率。半較角正切爲二率。半和
弧正切爲三率。求得四率。卽半較弧正切。

以半較弧與半和弧相加爲大弧。相減爲小弧。

有兩弧有對弧。兩角較角求兩角。

法以兩弧相減折半。爲半較弧。相加折半。爲半和弧。
適以半較弧正切爲一率。半和弧正切爲二率。過象限用
外度正切。半較角正切爲三率。求得四率。卽半和角正切。
視半和弧過象限。求得度。減半周爲半和角。半和
弧不過象限。求得度。卽半和角。適以半和角與半

較角相加爲大角。相減爲小角。

有兩弧有對弧。兩角和角求兩角。

法以兩弧相加折半爲半和弧。相減折半爲半較弧。乃以半和弧正切爲一率。半較弧正切爲二率。半和角正切爲三率。求得四率。卽半較角正切。

以半較角與半和角相加爲大角。相減爲小角。

有一角有對角。弧有夾角。兩邊較弧求兩弧。

法以半角正切爲一率。半角餘切爲二率。視較弧對

弧同居一象限。較弧與對弧俱過象限。或兩餘弦相

減。分居兩象限。較弧與對弧一過象限。一兩餘弦相

不過象限爲分居兩象限。

加爲三率。求得四率。視對弧過象限。以餘弦相加。不過象限。以餘弦相減。爲和弧餘弦。

對弧過象限。或不過象限。而餘弦小於四率者。以求得餘弦度。一減半周爲和弧。一加半周爲和弧。若對弧不過象限。而餘弦大於四率者。以求得餘弦度。一卽爲和弧。一減全周爲和弧。以和弧與較弧相加折半。爲大弧。相減折半。爲小弧。

有一角有對角弧有夾角兩邊和弧求兩弧

法以半角餘切爲一率。半角正切爲二率。視和弧對

弧同居一象限。

對弧不過象限和弧亦不過或過三象限者對弧過象限和弧亦過或過

兩象限者皆為

兩餘弦相減。分居兩象限。

對弧不過象限和弧

同居一象限。或過兩象限。為分居兩象限。

兩餘弦相加為三率。求得四率。視

對弧不過象限。以餘弦相加。對弧過象限。以餘弦相減為較弧餘弦。

對弧不過象限。或過象限。而餘弦小於四率者。求得餘弦度。即為較弧。若對弧過象限。而餘弦大於四率者。求得餘弦度。減半周為較弧。以較弧與和弧相加折半。為大弧。相減折半。為小弧。

有一弧有對弧角有夾弧兩角較角求兩角
法以半弧餘切爲一率。半弧正切爲二率。視較角對
角。鈍銳同名。兩餘弦相加。鈍銳異名。兩
弦相減。爲
三率。求得四率。視對角銳以其餘弦相加。對角鈍以
其餘弦相減。爲和角餘弦。

對角爲銳角。或鈍角。而其餘弦小於四率者。以求
得餘弦度。一減半周爲和角。一加半周爲和角。若
鈍角。而其餘弦大於四率者。以求得餘弦度。一卽
爲和角。一減全周爲和角。

以和角與較角相加折半。爲大角。相減折半。爲小

角。

有一弧有對弧角有夾弧兩角和角求兩角

法以半弧正切爲一率。半弧餘切爲二率。視和角對

角。鈍銳同名。和角若過三象限。亦與銳角爲同名。兩餘弦相加。鈍銳異

名。兩餘弦相減。爲三率。求得四率。視對角鈍。以其餘

弦相加。對角銳。以其餘弦相減。爲較角餘弦。

對角爲鈍角。或銳角。而其餘弦小於四率者。求得

餘弦度。卽爲較角。若爲銳角。而其餘弦大於四率

者。求得餘弦度。減半周爲較角。

以較角與和角相加折半。爲大角。相減折半。爲小

角。

有一弧有餘兩弧較有弧旁小角求弧旁大角法以所知弧與較弧相減折半爲半較。相加折半爲半和。迺以半較正弦爲一率。半和正弦爲二率。半小角正切爲三率。求得四率。卽半大角正切。

若先知弧旁大角而求小角者。更率算之。

有一弧有餘兩弧和有弧旁小角求弧旁大角法以所知弧與和弧相減折半爲半較。相加折半爲半和。迺以半較正弦爲一率。半和正弦爲二率。半小角正切爲三率。求得四率。卽半大角餘切。

若先知弧旁大角。而求小角者。更率算之。

有一角有餘兩角較。有角旁小弧。求角旁大弧。法以所知角。與較角相加折半。爲半和。相減折半。爲半較。迺以半和餘弦爲一率。半較餘弦爲二率。半小弧正切爲三率。求得四率。卽半大弧正切。

若先知角旁大弧。而求小弧者。更率算之。

有一角有餘兩角和有角旁小弧。求角旁大弧。法以所知角。與和角相加折半。爲半和。相減折半。爲半較。迺以半和餘弦爲一率。半較餘弦爲二率。半小弧正切爲三率。求得四率。卽半大弧餘切。

一
二
三
四
五
六
七
八
九
十
十一
十二
十三
十四
十五
十六
十七
十八
十九
二十
二十一
二十二
二十三
二十四
二十五
二十六
二十七
二十八
二十九
三十
三十一
三十二
三十三
三十四
三十五
三十六
三十七
三十八
三十九
四十
四十一
四十二
四十三
四十四
四十五
四十六
四十七
四十八
四十九
五十
五十一
五十二
五十三
五十四
五十五
五十六
五十七
五十八
五十九
六十
六十一
六十二
六十三
六十四
六十五
六十六
六十七
六十八
六十九
七十
七十一
七十二
七十三
七十四
七十五
七十六
七十七
七十八
七十九
八十
八十一
八十二
八十三
八十四
八十五
八十六
八十七
八十八
八十九
九十
九十一
九十二
九十三
九十四
九十五
九十六
九十七
九十八
九十九
一百

若先知角旁大弧而求小弧者更率算之。

有一弧有餘兩弧較有對較弧之兩角較求兩角

法以半弧餘切爲一率。半較弧餘切爲二率。半較角正弦爲三率。求得四率。卽半和角正弦。

一以求得度爲半和角。一以求得度減半周爲半和角。

以半和角與半較角相加爲大角。相減爲小角。

有一弧有餘兩弧和有對和弧之兩角較求兩角

法以半弧餘切爲一率。半和弧餘切爲二率。半較角餘弦爲三率。求得四率。卽半和角餘弦。

視半和弧不過象限。卽以求得度爲半和角。半和弧過象限。以求得度減半周。爲半和角。

以半和角與半較角相加爲大角。相減爲小角。

有一弧有餘兩弧較有對較弧之兩角和求兩

角

法以半弧正切爲一率。半較弧正切爲二率。半和角正弦爲三率。求得四率。卽半較角正弦。
以半較角與半和角相加爲大角。相減爲小角。

有一弧有餘兩弧和有對和弧之兩角和求兩角

法以半弧正切爲一率。半和弧正切爲二率。半和角餘弦爲三率。求得四率。卽半較角餘弦。

以半較角與半和角相加爲大角。相減爲小角。

有一角有餘兩角較有對較角之兩弧較求兩弧

法以半角正切爲一率。半較角餘切爲二率。半較弧正弦爲三率。求得四率。卽半和弧正弦。

一以求得度爲半和弧。一以求得度減半周爲半

和弧

以半和弧與半較弧相加。爲大弧。相減爲小弧。

有一角有餘兩角和有對和角之兩弧較求兩
弧

法以半角正切爲一率。半和角餘切爲二率。半較弧
餘弦爲三率。求得四率。卽半和弧餘弦。

視半和角爲銳角。卽以求得度爲半和弧。半和角
爲鈍角。以求得度。減半周爲半和弧。

以半和弧與半較弧相加爲大弧。相減爲小弧。

有一角有餘兩角較有對較角之兩弧和求兩

弧

法以半角餘切爲一率。半較角正切爲二率。半和弧正弦爲三率。求得四率。卽半較弧正弦。

以半較弧與半和弧相加爲大弧相減爲小弧。

有一角有餘兩角和有對和角之兩弧和求兩弧

法以半角餘切爲一率。半和角正切爲二率。半和弧餘弦爲三率。求得四率。卽半較弧餘弦。

以半較弧與半和弧相加爲大弧相減爲小弧

象數之學古疎而今密有 髫年卽好涉獵焉顧未能
究其淵微庚子冬從

梅侶項先生游 先生熟精中西術善能推廣發明
之而於同學中獨以有爲可教每質疑問難諄諄然
指陳義蘊心扁爲之一開檢 先生舊稿見有平三
角弧三角和較術圖解雖未成而術已畧備於是請
於先生曰是術古所未有而 先生秘不示人豈以
未成書故耶夫三角法自平而弧理至奧矣更益以
和較幾莫測其數之所存而乃比例詳明婉轉妙合
若是是不可以不公世也敢請撮集算例先鐫之爲

別行本圖解俟後續成焉當無不可鐫既竣筆記其
大概於後

道光癸卯冬受業錢塘吉甫王大有算校謹識